

PLANILHA ELETRÔNICA PARA O CÁLCULO DE POLIGONAIS NO SISTEMA GEODÉSICO LOCAL

Alexandre José Soares Miná¹

Jacob Soares Pereira Neto²

Paulo Alves Wanderley³

Maria José Araújo Wanderley⁴

Emiliano Rostand de Moraes Célio⁵

167

Resumo

Um ponto na superfície terrestre pode ser localizado por meio de suas coordenadas elipsoidais. Em levantamentos topográficos também é importante a utilização de sistemas planos de coordenadas, para o cálculo da área de poligonais, por exemplo. Em geral, adota-se o sistema UTM, cujas coordenadas podem ser obtidas por intermédio de receptores GNSS, juntamente com as elipsoidais. Distâncias medidas no sistema UTM, em algumas situações, podem ser significativamente diferentes de distâncias medidas localmente, no campo topográfico. Nesses casos é melhor usar um sistema plano de coordenadas locais do que o sistema UTM. No Brasil, dois sistemas locais podem ser usados, o STL - Sistema Topográfico Local ou o SGL - Sistema Geodésico Local, que tem a vantagem de não depender de limites quanto às altitudes envolvidas. A conversão de coordenadas elipsoidais em coordenadas locais, geralmente é realizada através de aplicativos comerciais. Este trabalho apresenta uma planilha eletrônica como alternativa para realização desse procedimento.

Palavras-chave: Topografia; GNSS; Geodésia; UTM.

ELECTRONIC SPREADSHEET FOR SURVEYING NETWORKS CALCULATIONS IN THE LOCAL GEODETIC SYSTEM

¹DGTA/CCHSA/UFPB/ Bananeiras - PB, E-mail: alexminah.ufpb@gmail.com , <https://orcid.org/0000-0002-3113-5026>.

²GEOSUPERFICIE/ Solânea - PB, E-mail: jacob_spn@yahoo.com.br , <https://orcid.org/0000-0002-8243-1482>.

³IFPB/ Sousa-PB, E-mail: wander863@gmail.com , <https://orcid.org/0000-0002-6336-6056>.

⁴ DA/CCHSA/UFPB/ Bananeiras - PB, E-mail: mjwander@gmail.com , <https://orcid.org/0000-0002-2313-5771>.

⁵ DCSA/CCHSA/UFPB/ Bananeiras - PB, E-mail: emiliano.rostand@gmail.com , <https://orcid.org/0000-0002-5978-6699>.

Abstract

A point on the Earth surface can be located using its ellipsoidal coordinates. In surveying, it is also important to use plane coordinate systems, for calculations of plane areas, for example. In general, the UTM system is used, whose coordinates can be obtained through GNSS receivers, together with the ellipsoidal ones. Distances measured in the UTM system, sometimes can be significantly different from distances measured locally, in the field. In such cases, it is better to use a plane coordinate local system than the UTM system. In Brazil, two local systems are used, the STL - Local Topographic System or the SGL - Local Geodetic System, which is not subject to limits regarding the altitudes involved, an advantage. Commonly, commercial applications are used to transform ellipsoidal coordinates into local coordinates. This work presents an electronic spreadsheet as an alternative to perform this procedure.

Keywords: Topography; GNSS; Geodesy; UTM.

PLANILLA ELECTRONICA PARA EL CALCULO DE POLIGONALES EN EL SISTEMA GEODESICO LOCAL

Resumen

Un punto en la superficie terrestre puede ser localizado por medio de sus coordenadas elipsoidales. En los levantamientos topograficos tambien es importante la utilización de sistemas planos de coordenadas, para el calculo de la area de poligonales, por ejemplo. En general, se adopta el sistema UTM, en el cual las coordenadas pueden ser obtenidas por intermedio de receptores GNSS, juntamente con las elipsoidales. Distancias medidas en el sistema UTM, en algunas situaciones, pueden ser significativamente diferentes de distancias medidas localmente, en el campo topografico. En esos casos es mejor utilizar un sistema plano de coordenadas locales de que el sistema UTM. En Brasil, dos sistemas locales pueden ser utilizados, el STL – Sistema Topografico Local o el SGL – Sistema Geodesico Local que tiene la ventaja de no depender de limites cuanto a las altitudes envolvidas. La conversión de coordenadas elipsoidales en coordenadas locales, generalmente es realizada através de aplicaciones comerciales. Este trabajo presenta una planilla electronica como alternativa para la realización de este procedimiento.

Palabras-clave: Topografía; GNSS; Geodésia; UTM.

Introdução

Quando se quer informar o endereço de uma residência para alguém, geralmente as informações passadas incluem bairro, rua e número. Por vezes são acrescentadas orientações, relacionadas com locais facilmente identificáveis (“depois da igreja vire à direita e siga em frente até chegar a uma praça...”). Algumas cidades destacam um local de referência, denominado Marco Zero, a partir do qual podem ser medidas distâncias, ao longo de ruas e avenidas, para localização de endereços naquela cidade. O conjunto de ruas e avenidas de uma cidade, juntamente com o seu marco zero (ou origem) formam o que se pode chamar de Sistema de Referência. Usando-se um sistema de referência podem ser geradas informações de distâncias e de direções (norte, sul, leste, oeste) para localização de pontos de interesse. Essas informações podem ser denominadas de coordenadas dos pontos em questão e entendidas como os endereços dos respectivos pontos.

Pode-se dizer, de maneira simplificada, que o georreferenciamento de um imóvel corresponde ao seu endereço na superfície da Terra. Nesse caso, em lugar de bairro, rua e número, as informações de interesse são as coordenadas geográficas (latitude e longitude) de um ponto representativo do imóvel. As coordenadas geográficas estão relacionadas a um sistema de referência e a um modelo aproximado da superfície terrestre. O sistema de referência é formado por um ponto de origem e por linhas imaginárias (paralelos e meridianos) que se cruzam, ortogonalmente, sobre a superfície terrestre. Uma vez que essa superfície não tem forma regular, adotam-se aproximações convenientes (denominadas modelos) para descrição de seu formato, dependendo da precisão requerida. Além da latitude e da longitude utiliza-se uma terceira coordenada, a altitude, para localização de pontos acima (ou abaixo) da superfície de referência adotada.

O modelo matemático cuja superfície melhor se aproxima da superfície da Terra é o modelo de um elipsoide de revolução. A posição de qualquer ponto na superfície desse elipsoide pode ser determinada por meio de suas coordenadas elipsoidais (ou geodésicas) angulares: latitude, longitude e altitude elipsoidal (ϕ , λ , h) respectivamente.

Atualmente essas coordenadas podem ser obtidas, rapidamente, por meio de receptores GNSS (Sistema Global de Navegação por Satélite).

Além do modelo elipsoidal, em muitas situações práticas, é de grande utilidade a adoção de um modelo plano para a superfície terrestre, e conseqüentemente, de um sistema plano de referência, para fins de representações em mapas. Em geometria, superfícies desenvolvíveis são as que podem ser transformadas em um plano, como por exemplo, superfícies cônicas ou cilíndricas, enquanto que as superfícies não desenvolvíveis são as que não podem ser planificadas, como é o caso do elipsoide de revolução. Em outras palavras, não é possível confeccionar um mapa, de forma exata, a partir de uma superfície elipsoidal. Para resolver esse problema aplicam-se as teorias das projeções cartográficas, por meio das quais é possível correlacionar pontos da superfície elipsoidal, com pontos da superfície plana de um mapa. Por não ser um processo matematicamente exato, a superfície da Terra projetada em um plano, não mantém, simultaneamente, em verdadeira grandeza, os valores de distâncias, de ângulos e de áreas (CORRÊA, 2012).

Existem vários sistemas cartográficos. O mais utilizado, e adotado mundialmente, é o sistema Universal Transverso de Mercator (UTM). Esse sistema é classificado como projeção cilíndrica, pois os pontos da superfície elipsoidal são projetados em uma superfície cilíndrica (superfície imaginária que envolve o elipsoide) antes de ser planificada. A projeção UTM também é classificada como projeção conforme, que tem a característica de deformações angulares reduzidas. As coordenadas UTM são georreferenciadas e por isso também podem ser obtidas através de receptores GNSS.

Por outro lado, em topografia projeta-se a superfície terrestre, diretamente, em uma superfície plana (plano topográfico) tangente em um ponto da região considerada. Assim, em topografia, desconsidera-se a curvatura terrestre, mas ao mesmo tempo limita-se a dimensão da superfície que pode ser representada, de maneira a reduzir o erro cometido. A dimensão do plano topográfico depende da precisão exigida, mas a distância máxima medida a partir da origem adotada não deve ser superior a 70 km (NBR 14166, 1998).

Muitos trabalhos de topografia, ou de engenharia, envolvem medições de ângulos, de distâncias e de áreas planas. Para isso, em geral, adota-se o sistema UTM. No entanto, por ser um sistema de projeção cartográfica do tipo conforme, as distâncias e áreas medidas a partir de coordenadas UTM, em algumas situações, podem resultar significativamente alteradas. Assim, nesses trabalhos, é importante o uso de um sistema de coordenadas locais, para melhor descrição da região estudada, que proporcione determinações de áreas e de distâncias mais próximas da realidade física, isto é, mais próximas de medições executadas diretamente na localidade, com estações totais, por exemplo.

É importante destacar que os sistemas locais de referência não estão vinculados a sistemas de referência globais (isto é, não são georreferenciados) e por isso suas coordenadas não podem ser obtidas por meio de receptores GNSS. No entanto, as coordenadas locais de pontos de interesse podem ser determinadas, a partir de transformações matemáticas das correspondentes coordenadas elipsoidais desses pontos.

As coordenadas locais são definidas em um sistema de eixos plano-retangular (x e y, por exemplo) de origem arbitrária, fixado ao plano topográfico, com o eixo x orientado na direção Leste e o eixo y na direção Norte. Esse sistema pode ser denominado Sistema Topográfico Local (STL) ou Sistema Geodésico Local (SGL) dependendo da metodologia utilizada, no entanto o SGL tem a vantagem de não depender de limites em relação às altitudes envolvidas (Dal'FORNO *et al.*, 2010).

Segundo Prina e Tretin (2017) no Brasil, a partir da homologação da 3ª edição da NTGIR - Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais (INCRA, 2013b) alterou-se o procedimento usado no cálculo de áreas de imóveis rurais, que passou a ser realizado no SGL, em lugar de se usar o sistema UTM, como era feito anteriormente. Além disso, o processo de certificação de imóveis rurais foi informatizado, passando a ser realizado de forma “on-line” através do SIGEF – Sistema de Gestão Fundiária.

No portal do SIGEF (2021) é possível obter uma planilha eletrônica em que podem ser inseridas as coordenadas geodésicas dos vértices de uma poligonal, dentre outras

informações. Após o envio “on-line” das informações para o SIGEF, e do processamento dos dados geodésicos, então são gerados dois documentos, a planta e o memorial descritivo da parcela estudada. No memorial descritivo constam os valores do perímetro e da área da poligonal, além do comprimento e do azimute geodésico de cada lado da poligonal, no sistema geodésico local (SGL).

A transformação de coordenadas elipsoidais em coordenadas locais, geralmente é realizada por meio de aplicativos comerciais, ou por meio da planilha SIGEF, após o envio das informações e do processamento dos dados. No ensino da topografia seria importante a disponibilidade de uma ferramenta simples para determinação de coordenadas no SGL, sem a necessidade do envio de informações para o SIGEF. Seria também importante, se essa ferramenta pudesse gerar informações sobre o perímetro, a área, os lados e azimutes desses lados, tanto no SGL, como no sistema UTM, pois dessa forma poderiam ser realizados estudos de comparação de resultados, um recurso pedagógico muito importante no processo de ensino e aprendizagem.

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma planilha eletrônica para transformação de coordenadas elipsoidais em coordenadas no sistema geodésico local (SGL) e que também permita a determinação dos lados, dos azimutes dos lados, do perímetro e da área de poligonais, tanto no sistema UTM, como no sistema geodésico local.

Sistemas de coordenadas geodésicas

Geoide é a forma cuja superfície é a que mais se aproxima do formato da superfície terrestre. Essa superfície coincide, aproximadamente, com o nível médio do mar, prolongado pelos continentes. É fisicamente bem definida, mas é matematicamente difícil de analisar (TULER e SARAIVA, 2014).

Para superar essa dificuldade adota-se a superfície de um elipsoide de revolução como superfície de referência da Terra, pois se aproxima bem de sua forma e ao mesmo tempo possibilita tratamento matemático. Esse elipsoide de revolução é obtido a partir da rotação de uma elipse em torno de seu eixo menor. Ao elipsoide associa-se um sistema de referência. Quando o centro do elipsoide coincide com o centro de massa da Terra,

o sistema é chamado Geocêntrico, caso contrário é denominado Topocêntrico. Cada país (ou grupo de países) de acordo com a sua conveniência, pode adotar um elipsoide que mais se aproxime do geoide, na região de interesse. O conjunto de parâmetros que relaciona um elipsoide particular e um sistema de referência geodésico é denominado Datum Geodésico (TULER e SARAIVA, 2014).

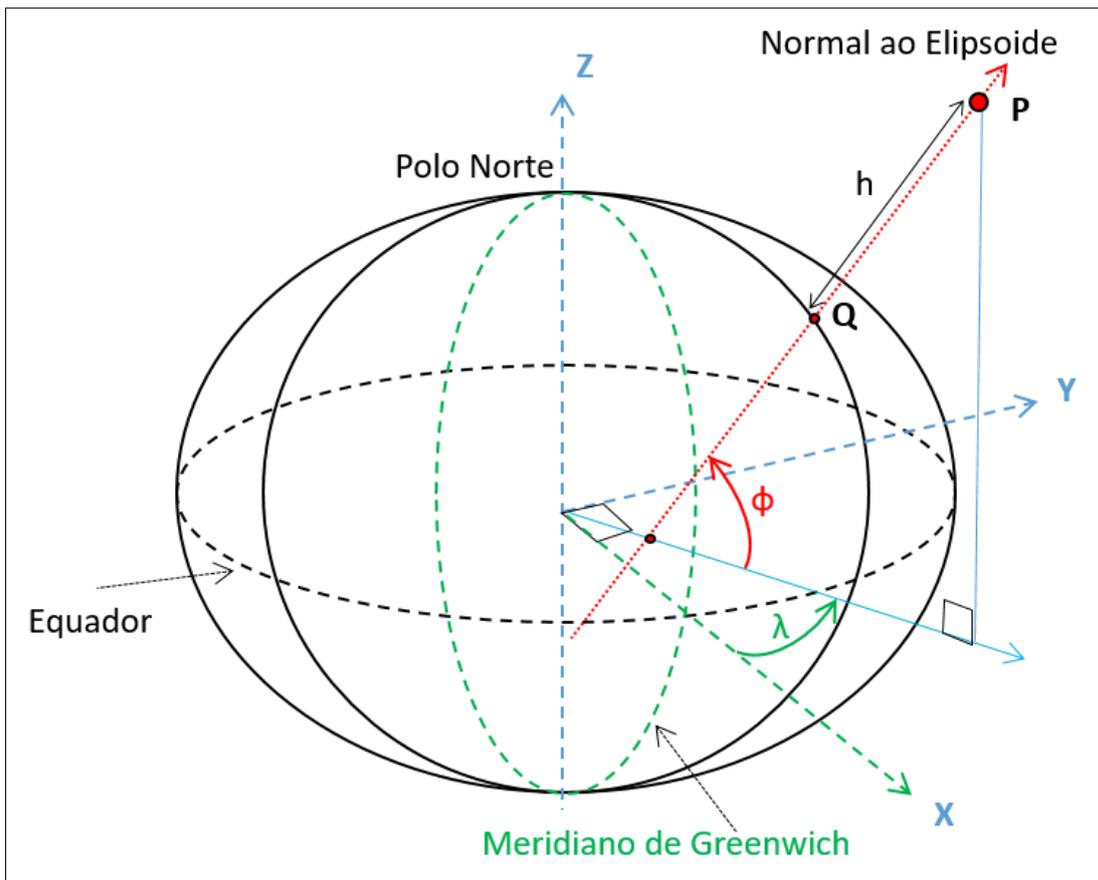
Na geometria de um elipsoide de referência são usados três parâmetros: o semieixo maior (a), o semieixo menor (b) e o achatamento (f). Como será mostrado adiante (equação 5) esses três parâmetros estão relacionados, de forma que apenas dois são necessários para caracterização da geometria do elipsoide. Geralmente são utilizados o semieixo maior (a) e o achatamento (f). No Brasil adota-se, atualmente, o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas - SIRGAS 2000, como sistema de referência geodésico. Esse sistema é praticamente idêntico ao “Sistema Geodésico Mundial” (*World Geodetic System*) WGS 84, que também é geocêntrico e é usado como referência em sistemas globais de navegação por satélite (GNSS). Na caracterização da geometria desses dois sistemas são usados os seguintes parâmetros: Semieixo maior (a) = 6 378 137 m, tanto no WGS 84, como no SIRGAS 2000; Achatamento (f) = 1 / 298, 257223563, no WGS 84 e achatamento (f) = 1 / 298,257222101, no SIRGAS 2000 (BRYN, 2005; TULER e SARAIVA, 2014).

As coordenadas elipsoidais de um ponto podem ser indicadas de duas formas: coordenadas elipsoidais angulares ou coordenadas elipsoidais cartesianas tridimensionais. No sistema elipsoidal angular são usadas as coordenadas: latitude (ϕ) e longitude (λ) medidas em graus, e altitude elipsoidal (h) medida em metros. No sistema elipsoidal cartesiano tridimensional são usadas as coordenadas X, Y, Z, medidas em metros.

Considerando os sistemas elipsoidais (geocêntricos) ilustrados na Figura 1, um ponto Q na superfície do elipsoide, fica determinado no sistema angular, por meio de um par de valores (ϕ, λ) = (latitude e longitude). Se todos os pontos de uma mesma latitude forem unidos forma-se uma curva fechada (uma circunferência) denominada paralelo. De forma semelhante, unindo-se todos os pontos de uma mesma longitude forma-se uma

curva fechada (elipse) denominada meridiano. Paralelos e meridianos cruzam-se perpendicularmente, formando uma “malha” sobre o elipsoide.

Figura 1. Sistemas Elipsoidais (geocêntricos) Angular e Cartesiano Tridimensional.



Fonte: Vermeer (2019) - Adaptado pelos autores

A latitude geodésica (ϕ) é o ângulo que uma normal ao elipsoide, passando por um ponto (Q, por exemplo) forma com sua projeção sobre o plano que passa pelo paralelo de referência (Equador). A longitude geodésica (λ) é o ângulo diedro entre o meridiano que passa por um ponto (Q, por exemplo) e o meridiano de referência (Greenwich).

Para determinação das coordenadas de um ponto (P, por exemplo) acima da superfície do elipsoide é necessária uma terceira coordenada, a altitude elipsoidal, ou altura

geométrica (h) medida entre o ponto na superfície do elipsoide (Q) e o ponto P , ao longo da normal ao elipsoide no ponto Q .

Um conceito importante em geodésia é o de Grande Normal (N) que corresponde à distância entre o eixo Z e um ponto qualquer, medida ao longo da normal ao ponto considerado. É importante salientar que a normal ao elipsoide, em geral, não passa por seu centro (STRANG e BORRE, 1997).

Outra maneira de localizar um ponto sobre o elipsoide é por meio do sistema elipsoidal cartesiano tridimensional (X, Y, Z). No caso de um sistema geocêntrico, os eixos X e Y ficam no plano equatorial. O eixo X passa pelo meridiano de Greenwich e é perpendicular ao eixo Y . O eixo Z é perpendicular aos eixos X e Y e aponta para o Polo Norte. As coordenadas cartesianas tridimensionais (geocêntricas) de um ponto (X, Y, Z) podem ser obtidas a partir de suas coordenadas elipsoidais angulares (ϕ, λ, h) por meio das seguintes equações.

$$X = (N + h)\cos\phi \cos\lambda \quad (1)$$

$$Y = (N + h)\cos\phi \sen\lambda \quad (2)$$

$$Z = [N(1 - f)^2 + h] \sen\phi \quad (3)$$

Em que:

N = Grande Normal

f = achatamento do elipsoide

$$N = a / \sqrt{1 - f^2 \sen^2\phi} \quad (4)$$

$$f = (a - b) / a \quad (5)$$

Em que:

a, b = semieixos do elipsoide, maior e menor, respectivamente

Sistemas de coordenadas planas

As coordenadas planas são usadas em muitas situações práticas, como nos casos de projetos de engenharia ou de topografia. Coordenadas planas podem ser obtidas a partir das coordenadas elipsoidais, seja no sistema UTM, seja no sistema geodésico local (SGL).

SISTEMA UTM

Nesse sistema, de forma simplificada, pode-se imaginar a Terra fatiada em 60 partes. Cada fatia (chamada de fuso) tem 6° de extensão em longitude e é projetada na superfície de um cilindro (imaginário) que envolve o elipsoide, tem o eixo transversal ao eixo de rotação terrestre, e que “gira” em torno da Terra, seccionando-a em pontos predeterminados, para obtenção dos 60 fusos do sistema. Posteriormente, as projeções dos fusos são planificadas, deixando-as lado a lado. Sobre esse conjunto de fusos planificados sobrepõem-se linhas horizontais, representando os paralelos terrestres, e linhas verticais, representando os meridianos, formando-se assim uma espécie de “quadriculado”, denominado mapa, ou carta UTM. Usa-se um sistema de coordenadas ortogonais para cada fuso, cuja origem localiza-se na interseção da linha do Equador (linha horizontal central, comum a todos os fusos) e o meridiano central (MC) particular de cada fuso. Os meridianos são contados de oeste para leste, a partir do meridiano situado a 180° de longitude (antimeridiano) de Greenwich. Em cada fuso, o eixo vertical (sobre o MC) é indicado pela letra “N” e o eixo horizontal (sobre o Equador) pela letra “E”. Para se evitar o uso de coordenadas negativas, as coordenadas da origem (E; N) são adotadas como (500 000 m; 10 000 000 m) para o hemisfério sul, enquanto que para o hemisfério norte muda-se a ordenada (N) da origem, para zero, ou seja, origem = (500 000 m; 0 m). Maiores informações sobre coordenadas UTM podem ser encontradas em Sampaio e Brandalize (2018). As fórmulas para transformação de coordenadas geodésicas em UTM podem ser encontradas em “Cálculos Geodésicos - Aplicações on-line” (BRYS, 2005).

Em muitos trabalhos topográficos é necessário o estabelecimento de uma poligonal fechada, cujos vértices são os pontos de interesse. Conhecendo-se as coordenadas UTM dos vértices de um poligonal, então os lados dessa poligonal podem ser calculados (consequentemente, seu perímetro) por meio da fórmula da geometria analítica plana, para determinação da distância entre dois pontos (WINTERLE, 2014). Para o cálculo da área plana, a partir das coordenadas UTM dos vértices, utiliza-se a fórmula de Gauss (McCORMAC, 2010; TULER e SARAIVA, 2014).

O azimute de um alinhamento é o ângulo horizontal formado entre a direção norte e a direção do respectivo alinhamento, medido a partir do Norte, no sentido horário. No sistema UTM a direção Norte coincide com o Meridiano Central, e é denominado Norte da Quadrícula. O azimute plano de qualquer lado de uma poligonal pode ser determinado, a partir das coordenadas UTM (E, N) de suas extremidades. Por exemplo, o azimute (AZ) de um alinhamento AB pode ser calculado por meio da seguinte equação:

$$AZ_{AB} = \text{tg}^{-1} \left[\frac{(E_B - E_A)}{(N_B - N_A)} \right] \quad (6)$$

Em que:

Az = azimute plano;

A, B = extremidades do segmento AB, que inicia no ponto A e termina em B;

E, N = coordenadas UTM de um ponto.

Os azimutes determinados por meio da equação anterior são denominados planos e não coincidem com os azimutes geodésicos por causa da convergência meridiana, conforme comentado a seguir.

Duas características do sistema UTM merecem destaque: a Convergência Meridiana (C) e o Fator de Escala (K), e seus respectivos formulários de cálculo podem ser encontrados em Ordenace Survey Information (1998).

No elipsoide, os meridianos convergem para os polos, mas isso não acontece em um mapa UTM, ou seja, o Norte da Quadrícula não coincide com o Norte Verdadeiro. Convergência Meridiana (C), em um ponto, é o ângulo formado pela tangente ao meridiano nesse ponto e a linha paralela ao meridiano central, que passa pelo ponto considerado. No hemisfério sul, C tem valor positivo, quando o ponto considerado está a oeste do MC, e negativo quando está a leste do MC, enquanto no hemisfério norte ocorre o contrário. Somando-se o valor de C ao azimute plano de um alinhamento, determina-se o azimute geodésico, ou seja, encontra-se a direção do Norte Verdadeiro (TULER e SARAIVA, 2014).

No sistema UTM os ângulos permanecem, praticamente, inalterados, mas as distâncias, em geral, sofrem deformações. Ou seja, a distância entre dois pontos nesse sistema (chamada distância UTM ou distância cartográfica) pode ser maior, ou menor, que a

distância elipsoidal correspondente, dependendo das posições que os pontos ocupam no fuso UTM. K é o fator de escala, que relaciona essas duas distâncias, e cujo valor, em um ponto, varia de acordo com a distância entre o ponto considerado e o meridiano central (MC). Dividindo-se por K, a distância entre dois pontos em um mapa UTM, encontra-se o valor aproximado da distância elipsoidal, isto é, do valor dessa distância, medida sobre o elipsoide.

Segundo Ordnance Survey Information (1998) o fator de escala (K) UTM varia de ponto a ponto, mas de maneira tão lenta que pode ser considerado constante dentro de um quadrado de 10 km de lado, e com valor igual ao valor de K no centro do quadrado. Para linhas longas, com até 30 km, o valor de K para o ponto médio da linha ($K_{\text{MÉDIO}}$) pode ser usado, resultando em erro máximo de duas partes por milhão. Se necessária uma melhor acurácia, então é possível calcular o fator de escala pela Regra de Simpson (K_{SIMPSON}) em função dos valores do fator de escala nas extremidades, inicial (K_{INICIAL}) e final (K_{FINAL}) e também do valor no ponto médio da linha ($K_{\text{MÉDIO}}$) conforme a seguinte equação.

$$\frac{1}{K_{\text{SIMPSON}}} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{K_{\text{INICIAL}}} + \frac{4}{K_{\text{MÉDIO}}} + \frac{1}{K_{\text{FINAL}}} \right) \quad (7)$$

SGL - SISTEMA GEODÉSICO LOCAL

No Brasil, dois sistemas de coordenadas locais podem ser usados. O Sistema Topográfico Local (NBR 14166, 1998) ou Sistema Geodésico Local (INCRA, 2013a). Dal’Forno *et al.* (2010) comparou as metodologias usadas nesses dois sistemas locais e concluiu que ambas satisfazem as exigências da NBR 14166, mas a metodologia usada para obtenção de coordenadas no Sistema Geodésico Local (SGL) apresenta resultado com maior exatidão, pois não depende do estabelecimento de limites quanto às altitudes envolvidas.

O Sistema Geodésico Local (SGL) também é um sistema cartesiano tridimensional de eixos (e, n, u). O eixo “n” (direcionado para o Norte geodésico) e o eixo “e” (perpendicular ao eixo “n”, direcionado para Leste) definem um plano local (semelhante ao Plano Topográfico Local, definido na metodologia da NBR 14166). O eixo “u” é

perpendicular ao plano local e coincide com a normal ao elipsoide, que passa pelo ponto adotado como origem do sistema local.

Destaca-se que o Plano Local (usado no SGL) não coincide com o Plano Topográfico (conceito usado em topografia), pois o primeiro é definido pela normal ao elipsoide, enquanto o segundo é definido pela vertical do lugar (determinada, por exemplo, por um fio de prumo). Em geral, essas duas “retas” (a normal ao elipsoide e a vertical do lugar) não coincidem, mas formam um pequeno ângulo, denominado desvio da vertical. Na grande maioria dos casos práticos o desvio da vertical pode ser desprezado, de forma que o Plano Local (usado no SGL) pode ser considerado como Plano Topográfico.

Coordenadas elipsoidais cartesianas tridimensionais (geocêntricas) podem ser transformadas em coordenadas no SGL por meio de rotações e translações dos eixos coordenados (X, Y, Z). Esse método é chamado de método das rotações e translações e pode ser resumido por meio da seguinte formulação matricial (INCRA, 2013a).

$$\begin{bmatrix} e \\ n \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \varphi_0 & \cos \varphi_0 \\ 0 & -\cos \varphi_0 & \sin \varphi_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\sin \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ -\cos \lambda_0 & -\sin \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Em que:

e, n, u = coordenadas locais do vértice de interesse;

X, Y, Z = coordenadas elipsoidais cartesianas do vértice de interesse;

φ_0, λ_0 = latitude e longitude do ponto adotado como origem do sistema local;

X_0, Y_0, Z_0 = coordenadas elipsoidais cartesianas do ponto adotado como origem do sistema local.

Qualquer ponto de uma poligonal pode ser adotado como origem do sistema local, mas segundo INCRA (2013a) deve-se adotar o ponto cujas coordenadas correspondem a média das coordenadas elipsoidais cartesianas (X, Y, Z) dos vértices da parcela (poligonal) em questão.

Conhecendo-se as coordenadas cartesianas planas locais (e, n) dos vértices de uma poligonal topográfica, então podem ser determinados: os azimutes planos e os

comprimentos de seus lados, o perímetro e a área da poligonal, a partir das mesmas formulações, indicadas anteriormente, para obtenção dessas mesmas grandezas no sistema UTM. Nos cálculos são usadas as coordenadas planas (e, n) enquanto a coordenada “u” de um ponto, apenas indica a diferença de nível entre o ponto considerado e o plano local (e versus n). Por fim, duas recomendações são feitas na metodologia do INCRA (2013a) para o SGL.

No caso da determinação de coordenadas locais a partir de coordenadas geodésicas (como é o caso do SGL) a orientação deverá ser feita pelo azimute geodésico. Para isso recomenda-se o procedimento usado na solução do Problema Geodésico Inverso, segundo Puissant, cujo formulário pode ser encontrado na NBR 14166 (ABNT, 1998).

Para o cálculo de distâncias horizontais, entre pontos no SGL, a seguinte equação é sugerida:

$$d_h = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2 + (Z_A - Z_B)^2 - (h_A - h_B)^2} \quad (9)$$

Em que:

d_h = distância “horizontal” entre os pontos A e B;

X, Y, Z = coordenadas cartesianas;

h = altura elipsoidal.

Metodologia

ESTRUTURA DA PLANILHA ELETRÔNICA DESENVOLVIDA

A Planilha, denominada SGLPLAN⁶, foi desenvolvida com base no programa Microsoft Excel. Mas, para disponibilizá-la aos que não dispõem desse aplicativo, o seu desenvolvimento foi realizado de forma a manter compatibilidade com o programa CALC, parte integrante da suíte de aplicativos “Libre Office”, que tem código aberto e distribuição gratuita. Assim, foram usadas apenas operações, funções matemáticas,

⁶ Para acessar a planilha siga o link: <https://drive.google.com/file/d/1WqVJjBgm2-VEaK11bXXSHk0qYdclq1XY/view?usp=sharing>

funções lógicas, e estilos de formatação básicos, para os quais a compatibilidade entre o CALC e o EXCEL é completa.

A planilha é composta por 6 abas, em que quatro são ocultas (Geodésicas para SGL; Geodésicas para UTM; Área; Agrupa) e duas são visíveis (Entradas e Saídas; Relatório). Nas quatro primeiras abas são realizados todos os cálculos intermediários, enquanto na última aba oculta todos os cálculos intermediários são agrupados, para obtenção dos resultados finais. A aba de Entrada e Saídas é parcialmente protegida para evitar digitações involuntárias e apresenta apenas os resultados principais, como perímetro e área das poligonais. Na aba RELATÓRIO podem ser observados todas as entradas e todos os resultados, mas de forma ampliada. Por exemplo, as coordenadas elipsoidais angulares são indicadas tanto no formato sexagesimal, como no decimal, além de no formato cartesiano tridimensional.

DADOS DE ENTRADA DA SGLPLAN

Adotou-se a premissa de que os pontos de interesse correspondem aos vértices de uma poligonal fechada, cujas coordenadas elipsoidais (obtidas por intermédio de receptor GNSS) são os dados principais de entrada. Essas coordenadas (ϕ , λ , h) devem ser digitadas (ou inseridas por meio de operações “copiar e colar valores”) em sequência, percorrendo-se toda a poligonal no sentido horário, ou no sentido anti-horário.

Além das coordenadas dos vértices, outros dois dados de entrada são opcionais (podem ser deixados “em branco”) e estão relacionados com a origem dos sistemas de referência. São os seguintes: coordenadas elipsoidais da origem (ϕ_0 , λ_0 , h_0) e coordenadas planas da origem (e_0 , n_0) no sistema geodésico local (SGL). Os valores das coordenadas de origem são pré-definidos internamente. Por padrão: ($e_0= 0$, $n_0 = 0$) enquanto (ϕ_0 , λ_0 , h_0) corresponde às coordenadas do ponto médio da poligonal de entrada. Na SGLPLAN, as coordenadas desse ponto médio são determinadas, automaticamente, em um processo de duas etapas. Inicialmente o ponto médio é encontrado a partir da média aritmética das coordenadas elipsoidais cartesianas (X , Y , Z) dos vértices da poligonal de entrada. Posteriormente as coordenadas cartesianas tridimensionais do ponto médio (PM) são convertidas em elipsoidais angulares (ϕ_{PM} ,

λ_{PM} , h_{PM}) por intermédio do procedimento direto, cuja formulação pode ser encontrada em Andrade (2008).

Em geral os valores de ($e_0 = 0$ m, $n_0 = 0$ m) são mudados quando se deseja evitar coordenadas locais com valores negativos, e não implica em mudança de nenhum outro resultado. Da mesma forma, apesar de não ser a metodologia indicada pelo INCRA (2013a) pode-se mudar a origem do sistema de (ϕ_{PM} , λ_{PM} , h_{PM}) para qualquer outro ponto da poligonal de entrada, no entanto é importante estar ciente de que essa mudança implica na alteração de diversos resultados, como alterações nos valores da área e do perímetro da poligonal, por exemplo. Um último dado de entrada refere-se à escolha do sistema de referência geodésico, que pode ser escolhido entre SIRGAS 2000 (inserindo-se a letra S no local apropriado) ou WGS 84 (inserindo-se a letra W). Na Figura 2 pode-se ter uma visão parcial (lado esquerdo) da aba ENTRADAS e SAÍDAS, mostrando, principalmente, os dados de entrada, que podem ser inseridos nas células destacadas em amarelo.

Figura 2 – Vista parcial da aba ENTRADAS e SAÍDAS, mostrando as entradas

Escolha do Sistema de Referência
W = WGS84 ou S = SIRGAS2000

Origem no SGL = (0;0) por padrão. Pode ser alterada, para evitar coordenadas locais negativas!

ORIGEM no SG Local

e_0 (m)	n_0 (m)	u_0 (m)
0	0	0

ORIGEM no Sist. Coord. Elipsoidais = PONTO MÉDIO (PADRÃO); ou Inserir novas coord. para mudar o padrão!

LATITUDE geodésica				LONGITUDE geodésica				Altitude elips.
Grau	Min.	Seg.	N ou S	Grau	Min.	Seg.	E ou W	h (m)
29	41	6,42876	S	53	48	12,17304	W	135,7880
29	41	53,75668	S	53	48	29,17457	W	189,0945

"Nova Origem"
PONTO MÉDIO

Origem no Sistema de coordenadas elipsoidais = Ponto Médio, se não forem inseridas as coordenadas elipsoidais de uma "Nova" Origem (Exemplo com "nova" origem inserida)

COORDENADAS dos VÉRTICES: Inserir dados (digitar) ou "Copiar e COLAR VALORES"

Vértices (até 100)	Latitude Geodésica				Longitude Geodésica				Altitude elips.
	Grau	Min.	Seg.	N ou S	Grau	Min.	Seg.	E ou W	h (m)
ORIGEM	29	41	6,42876	S	53	48	12,17304	W	135,7880
V1	29	39	16,592868	S	53	50	2,85864	W	450,118
V2	29	42	26,946468	S	53	52	26,049828	W	117,438
V3	29	43	42,343716	S	53	48	32,221692	W	101,492
V4	29	42	8,966664	S	53	42	55,53036	W	100,112

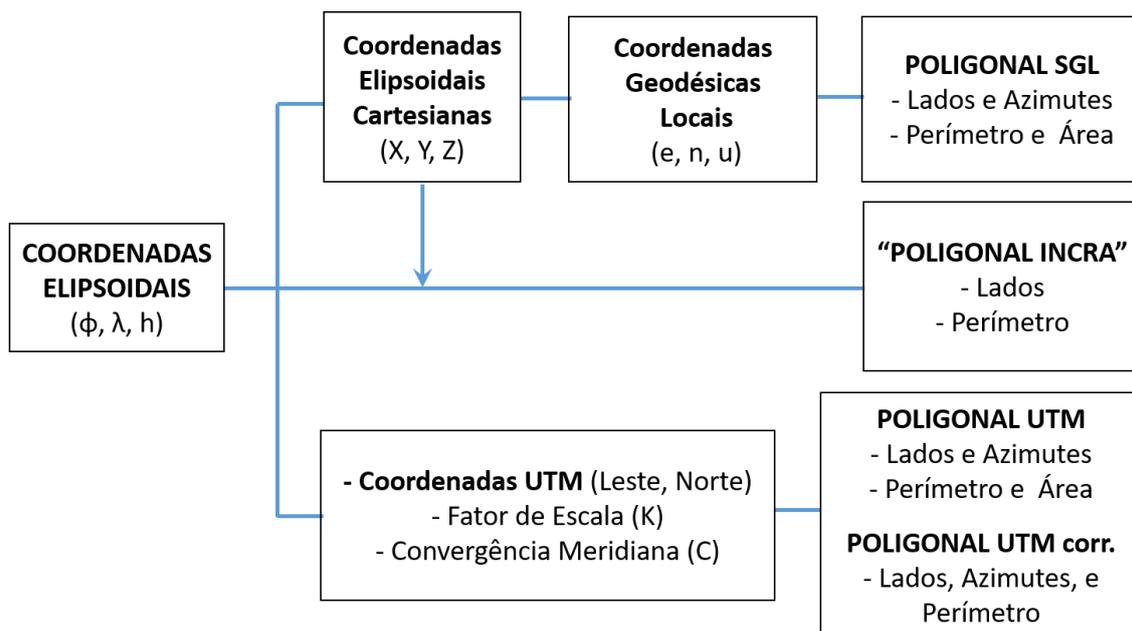
Coordenadas dos Vértices da Poligonal de Entrada, inseridos em sequência, no sentido horário. (Exemplo de poligonal com 4 vértices)

Fonte: Autores

CÁLCULOS INTERMEDIÁRIOS E RESULTADOS DA SGLPLAN

Depois de inseridos todos os dados de entrada, a planilha automatiza a seguinte sequência de cálculos, ilustrada na Figura 3.

Figura 3. Fluxograma da planilha SGLPLAN.



Fonte: Autores

- As coordenadas elipsoidais cartesianas (X, Y, Z) são obtidas a partir das coordenadas elipsoidais angulares, com base nas equações (1) a (5).
- As coordenadas geodésicas locais (SGL) são obtidas a partir das coordenadas elipsoidais cartesianas, com base na formulação matricial indicada na equação (8).
- As coordenadas UTM são obtidas a partir das coordenadas elipsoidais, por meio de uma série de fórmulas, que podem ser encontradas em Dan Scientia (2013) ou em “Cálculos Geodésicos - Aplicações on-line” (BRYS, 2005).

- O fator de escala UTM (K) e a convergência meridiana (C) são determinados por meio de diversas equações, que podem ser encontradas em Ordnance Survey (1983), Ordnance Survey (1998) ou em “Cálculos Geodésicos - Aplicações on-line” (BRYS, 2005).

- O valores de $K_{MÉDIO}$ são determinados no ponto médio de cada lado da poligonal de entrada; as coordenadas desses pontos, por sua vez, são determinadas por intermédio da média aritmética das coordenadas elipsoidais (no formato decimal) das extremidades dos respectivos lados. Os valores de $K_{SIMPSON}$ são determinados por meio da Equação 7.

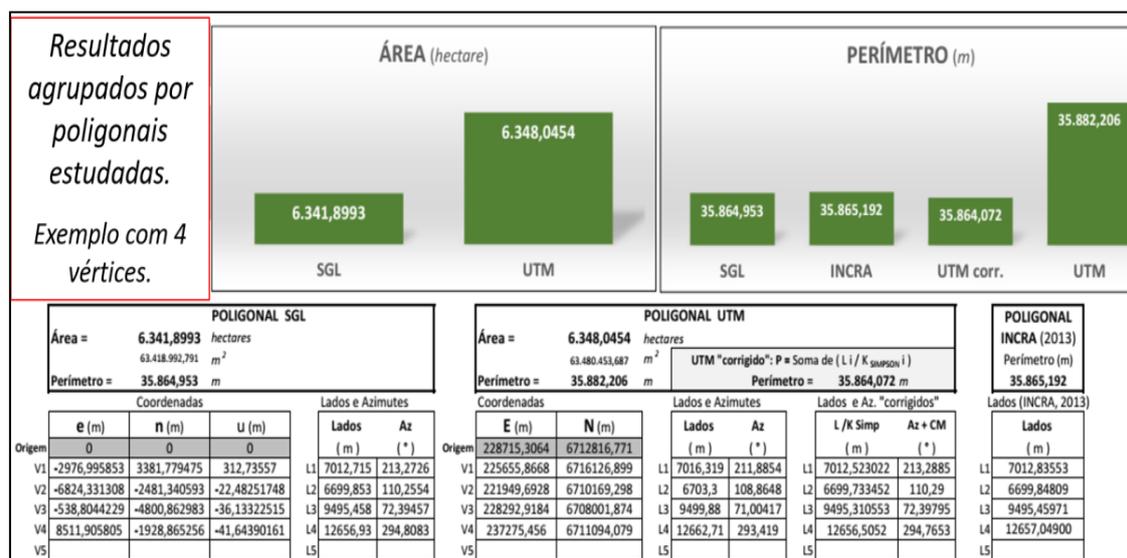
A partir desses cálculos intermediários são gerados resultados para quatro poligonais de estudos (saídas) que são as seguintes:

1. Poligonal SGL: gerada a partir das coordenadas do SGL, e por meio dessas coordenadas são calculados seus lados, azimutes planos dos lados, o perímetro e a área da poligonal;
2. Poligonal UTM: gerada a partir das coordenadas do sistema UTM, e por meio dessas coordenadas são calculados seus lados, azimutes planos dos lados, o perímetro e a área da poligonal;
3. Poligonal UTM – corrigida: os lados dessa poligonal são determinados (corrigidos) dividindo-se os lados da poligonal UTM pelos respectivos fatores de escala $K_{SIMPSON}$; o perímetro é obtido pela soma dos lados corrigidos; os azimutes dos lados são determinados (corrigidos) somando-se os azimutes dos lados da poligonal UTM aos respectivos valores de convergência meridiana (C); a área dessa poligonal não é calculada;
4. Poligonal INCRA: os lados dessa poligonal são calculados por meio da Equação 9 (INCRA, 2013a); o perímetro é determinado a partir da soma desses lados; não são calculados azimutes, nem a área dessa poligonal.

Nas poligonais, o Lado 1 é formado pelo segmento que vai do vértice 1 (V1) até o vértice 2 (V2); o Lado 2 de V2 até V3, e assim por diante, até o último lado, formado pelo segmento que vai do último vértice até o vértice 1 (V1).

Na Figura 4 pode-se ter uma visão parcial do lado direito da aba ENTRADAS e SAÍDAS, destacando-se os resultados principais, agrupados segundo as poligonais estudadas.

Figura 4. Vista parcial da aba ENTRADAS e SAÍDAS, mostrando os resultados principais.



Fonte: Autores

Na parte superior da figura podem ser vistos gráficos de barra, mostrando os resultados de área e perímetro, enquanto na parte de baixo podem ser observados resultados de coordenadas, lados e azimutes, agrupados conforme as poligonais estudadas (SGL, UTM, UTM corrigida e INCRA).

Resultados e discussão

VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS DE COORDENADAS NO SGL.

Para validação dos resultados de coordenadas no sistema geodésico local comparou-se os resultados obtidos, usando-se a SGLPLAN, com os resultados apresentados por Dal’Forno et al. (2010) em que foi usado o programa computacional TRANSGEOLocal, para transformação das coordenadas elipsoidais (SIRGAS 2000) em coordenadas no SGL,

de 18 marcos geodésicos da cidade de Santa Maria - RS, tomando-se o marco M17 como origem.

Inicialmente as coordenadas elipsoidais dos marcos foram convertidas do formato decimal para sexagesimal, e depois inseridas na planilha desenvolvida. Os resultados obtidos para coordenadas locais (em metros) com a SGLPLAN foram idênticos aos resultados obtidos com o programa TRANSGEOLocal.

VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS OBTIDOS PARA AS 04 POLIGONAIS DE SAÍDA

Para validação de diversos resultados, obtidos com a SGLPLAN, e também mostrar as possibilidades de aplicações didáticas da planilha, foram realizados alguns estudos envolvendo uma parcela de 04 vértices, escolhida do banco de dados do SIGEF. No Quadro 2 podem ser observados os dados da parcela escolhida, transcritos do respectivo memorial descritivo, que pode ser obtido no portal do SIGEF.

Quadro 2. Coordenadas Elipsoidais, Lados e Azimutes Geodésicos de uma parcela de 04 lados, obtida do banco de dados do SIGEF (SGL com origem no ponto médio).

Vértice	Latitude	Longitude	h (m)	Lado	Comp. (m)	Az. Geod.
V1	45°57'34,425" S	7°33'55,631" W	278,92	L1	996,48	113°48'
V2	45°57'04,685" S	7°34'08,723" W	274,00	L2	691,84	242°07'
V3	45°57'24,634" S	7°34'19,253" W	267,12	L3	685,72	308°35'
V4	45°57'42,117" S	7°34'05,330" W	274,66	L4	379,99	38°21'

Elaboração: Autores

VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS DO COMPRIMENTO DOS LADOS DA POLIGONAL INCRA E DE COMPRIMENTO E AZIMUTES DOS LADOS DA POLIGONAL SGL.

Inserindo-se as coordenadas elipsoidais da parcela SIGEF na planilha SGLPLAN foram obtidos os seguintes resultados para a poligonal de saída SGL (origem no ponto médio) e para a poligonal de saída INCRA.

Quadro 3. Resultados obtidos com a SGLPLAN para poligonal de saída INCRA e para a poligonal de saída SGL.

Lado	Poligonal INCRA	Poligonal SGL	
	Comprimento (m)	Comprimento (m)	Azimute Plano
L1	996,484	996,484	113°48' 19,71246"
L2	691,841	691,842	242°07' 20,35171"
L3	685,716	685,716	308°35' 33,90152"
L4	379,988	379,988	38°21' 23,83003"

Elaboração: Autores

Comparando-se os resultados dos comprimentos percebe-se que os resultados são idênticos SIGEF (Quadro 3) SGL e INCRA (Quadro 4) quando arredondados para duas casas decimais, conforme apresentação no memorial descritivo do SIGEF. Assim, as duas metodologias (SGL e INCRA) mostraram, indistintamente, resultados exatos e consistentes.

Com relação aos azimutes, apesar da coincidência entre os valores (se forem desprezados os segundos) é importante destacar uma diferença conceitual entre esses resultados. Enquanto a SGLPLAN apresenta resultados de azimutes planos, a planilha do SIGEF apresenta, corretamente, os azimutes geodésicos (Dal'FORNO et al., 2010).

A SGLPLAN não determina, diretamente, os azimutes geodésicos, porque em seu desenvolvimento não foi inserido o (extenso) formulário da resolução do Problema Geodésico Inverso segundo Puissant. No entanto, é possível usar a planilha desenvolvida para o cálculo de azimutes geodésicos, por meio do seguinte artifício.

Sabe-se que, no SGL, o eixo "n" passa pela origem e é paralelo à direção do Norte geodésico, devido a metodologia de rotações e translações aplicada (INCRA, 2013a). Portanto, o azimute na origem do SGL é, ao mesmo tempo, plano e geodésico, pois na origem a convergência meridiana é nula. Assim, para obtenção do azimute geodésico de um alinhamento, basta usar o vértice inicial desse alinhamento como origem do SGL, e assim o azimute correspondente, na SGLPLAN, será o azimute geodésico procurado.

Esse artifício pode ser realizado para cada um dos lados da poligonal, separadamente, e os respectivos valores de azimutes geodésicos devem ser anotados à parte. Ou seja, além do uso inicial da SGLPLAN para obtenção dos resultados gerais, a planilha deverá ser aplicada novamente, para obtenção específica de cada azimute geodésico, que seja desejado.

Para exemplificar a aplicação do artifício (maneira indireta de obtenção dos azimutes geodésicos) e também verificar os resultados obtidos foram feitas comparações entre os azimutes geodésicos, determinados com a SGLPLAN e por intermédio de “Cálculos Geodésicos - Aplicações on-line” (BRYN, 2005) cujos valores também são apresentados em graus, minutos e segundos, com 5 casas decimais. Nesse programa os dados de entrada (na parte de “transporte de coordenadas”) são apenas as latitudes e as longitudes dos vértices, ou seja, as altitudes elipsoidais (h) não são usadas. Assim, para manter a coerência na comparação de resultados, na aplicação do artifício com a SGLPLAN as altitudes elipsoidais também foram consideradas nulas.

Portanto para a parcela de quatro lados escolhida (SIGEF) a planilha SGLPLAN foi usada 5 vezes. Na primeira vez, usando-se o ponto médio como origem, todos os resultados (com exceção dos azimutes geodésicos) foram obtidos. Depois os azimutes geodésicos foram determinados, separadamente. Para isso, a planilha foi aplicada mais quatro vezes, usando-se altitudes nulas ($h = 0$ m) e tomando-se um dos vértices como origem, em cada vez, para determinação do respectivo azimute geodésico.

No Quadro 4 podem ser observados os valores dos azimutes geodésicos obtidos com a SGLPLAN e em “Cálculos Geodésicos - Aplicações on-line”.

Quadro 4. Azimutes geodésicos obtidos com a SGLPLAN (para a poligonal de saída SGL) e obtidos por meio de “Cálculos Geodésicos - Aplicações on-line”.

Azimutes Geodésicos		
Lado	SGLPLAN	“Cálculos Geodésicos - Aplicações on-line”
L1	113°48' 20,70192"	113°48' 20,70193"
L2	242°07' 17,39290"	242°07' 17,39289"
L3	308°35' 33,72216"	308°35' 33,72217"
L4	38°21' 26,07009"	38°21' 26,07008"

Elaboração: Autores

Os resultados são idênticos. As diferenças de 0,00001” (em módulo) devem estar relacionadas com aproximações nos cálculos.

VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS DE COORDENADAS E DE PARÂMETROS UTM

Para verificação desses resultados foram feitas comparações entre a SGLPLAN e “Cálculos Geodésicos - Aplicações on-line”, usando-se como dados de entrada as coordenadas elipsoidais, contidas no quadro 2, da parcela SIGEF de 04 lados. No Quadro 5 podem ser observados os resultados obtidos com a SGLPLAN.

Quadro 5. Coordenadas e parâmetros UTM, obtidos com a SGLPLAN.

Vértices	Coordenadas UTM		Parâmetros UTM	
	Leste (m)	Norte (m)	K	C (°)
V1	394143,235	9163624,777	0,9997386819	0,126346594
V2	395055,543	9163224,694	0,9997363017	0,125318504
V3	394444,892	9162899,952	0,9997378926	0,126097054
V4	393908,160	9163326,378	0,9997392985	0,126672816

Elaboração: Autores

Para as coordenadas e parâmetros UTM, os resultados da planilha foram idênticos aos resultados encontrados através do programa “Cálculos Geodésicos - Aplicações on-line”. Ocorreram diferenças desprezíveis, na 10ª casa decimal do fator de escala (K) e na 9ª casa decimal para convergência meridiana (C).

COMPARAÇÕES DOS RESULTADOS DE COMPRIMENTO E AZIMUTES DOS LADOS DAS POLIGONAIS UTM E UTM CORRIGIDA COM OS RESULTADOS DA POLIGONAL SGL

No Quadro 6 podem ser observados os resultados dos comprimentos e dos azimutes dos lados das poligonais de saída: UTM, UTM corrigida e SGL, ainda usando como dados de entrada na SGLPLAN, as coordenadas elipsoidais, contidas no quadro 2, da parcela SIGEF de 04 lados.

Quadro 6. Comprimentos e Azimutes (Az) dos lados das poligonais de saída: UTM, UTM corrigida e SGL.

Lados	Poligonal UTM		Poligonal UTM corrigida		Poligonal SGL	
	Lado (m)	Az Plano	Lado (m)	Az Geodésico	Lado (m)	Az Geodésico
L1	996,179	113°40' 45,74635"	996,441	113°48' 20,59409"	996,484	113°48' 20,70192"
L2	691,630	241°59' 46,15908"	691,812	242°07' 17,30570"	691,842	242°07' 17,39290"
L3	685,507	308°27' 59,88789"	685,686	308°35' 33,83728"	685,716	308°35' 33,72216"
L4	379,872	38°13' 50,12872"	379,971	38°21' 26,15086"	379,988	38°21' 26,07009"

Elaboração: Autores

Considerando-se os valores obtidos para a Poligonal SGL como os valores mais próximos da realidade, e comparando-se os resultados (UTM x SGL) observa-se que as diferenças entre os comprimentos lados variaram entre 12 cm e 30 cm, em valores absolutos, e em termos relativos variaram entre: 1/3166 e 1/3322. Com relação aos azimutes, as diferenças (em valores absolutos) ficaram em torno de 7,5 minutos (7,5') para os quatro lados.

Fazendo-se as mesmas comparações entre os resultados das poligonais (UTM corrigida x SGL) observa-se que as diferenças entre os comprimentos lados variaram entre 1,9 cm e 3,9 cm, em valores absolutos, e em termos de relativos variaram entre 1/20000 e 1/25550. Com relação aos azimutes, as diferenças (em valores absolutos) ficaram em torno de 0,1 segundos (0,1") para os quatro lados.

Comparando-se as diferenças encontradas fica evidente a melhor qualidade dos resultados obtidos na poligonal UTM corrigida, tanto nos comprimentos dos lados, como nos resultados de azimutes.

VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS DE PERÍMETRO E DE ÁREA OBTIDOS COM A SGLPLAN

Para verificação de resultados de perímetro e de área, para as poligonais de saída SGL e UTM, foram escolhidas 10 parcelas do banco de dados do SIGEF (2021) com número de vértices variando entre 4 e 35 vértices; perímetros entre 579 e 6948 metros; e áreas entre 2 e 274 hectares, aproximadamente. As coordenadas geodésicas dos vértices das parcelas SIGEF foram usadas como dados de entrada (origem no ponto médio) na SGLPLAN. Esses valores de perímetro e de área estão indicados no Quadro 7.

Quadro 7. Perímetro e Área, obtidos com a SGLPLAN (para poligonais SGL e UTM) e obtidos nos memoriais descritivos de 10 parcelas do banco de dados do SIGEF.

PARCELA	PERÍMETRO (m)			ÁREA (hectare)		
	SIGEF	SGL	UTM	SIGEF	SGL	UTM
DF-05V	671,97	671,9782	672,3557	2,6763	2,6763	2,6793
PE-04V	2043,41	2043,4015	2044,2664	17,4441	17,4443	17,4591
SC-15V	1223,67	1223,6728	1223,2149	8,7339	8,7339	8,7274
MA-4V	2754,02	2754,0288	2753,1884	40,0733	40,0734	40,0489
MG-35V	6947,81	6947,8153	6948,4799	274,3118	274,3118	274,3639
RS-12V	2117,26	2117,2639	2118,3146	12,8254	12,8255	12,8382
SP-08V	1039,21	1039,2193	1038,7397	4,5367	4,5367	4,5325
SP-16V	1725,71	1725,6823	1725,0759	13,7973	13,7972	13,7875
PB-33V	5790,57	5790,5776	5789,3210	109,9458	109,9458	109,8982
MG-4V	578,90	578,91017	579,1744	2,0003	2,0003	2,0021

Elaboração: Autores

VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS DE PERÍMETRO NO SGL, OBTIDOS COM A SGLPLAN

Em termos de valores absolutos a maior diferença entre perímetros, no sistema geodésico local (SGLPLAN x SIGEF) foi de 27,7 mm (erro percentual de 0,0016% e erro relativo de 1:62400) ocorrido na parcela SP-16 vértices. Mas o maior erro percentual foi

de 0,0018% (erro absoluto = 10,2 mm e erro relativo de 1: 56915) que ocorreu na parcela MG-04 vértices.

Apenas para efeito de comparação, McCormac (2010) sugere a seguinte classificação para medições de distâncias com trena, sob condições normais: baixa precisão (1:2500); média precisão (1:5000) e boa precisão (1:10000); e para levantamentos topográficos de ótima precisão o erro relativo deve ficar entre 1:10000 e 1:30000.

A diferença absoluta média foi de 9,2 mm e o erro percentual médio foi de 0,0007%, que corresponde a um o erro relativo de 1:146476. É provável que essas pequenas diferenças estejam relacionadas com aproximações nos cálculos, pois enquanto a planilha SIGEF usa apenas duas casas decimais para resultados de perímetro, na planilha SGLPLAN foram usadas quatro.

Realizou-se uma análise de regressão linear simples com os 10 valores de perímetro no sistema geodésico local (Perímetro SGLPLAN x Perímetro SIGEF) e chegou-se a seguinte equação: $P_{SIGEF} = P_{SGLPLAN} - 0,0006$ (metros) com coeficiente de determinação $R^2 = 1$.

Assim, pode-se dizer que há uma excelente compatibilidade entre as planilhas SGLPLAN e do SIGEF, com resultados de perímetro, praticamente, idênticos, no sistema geodésico local.

Importante destacar que em alguns dos memoriais descritivos do SIGEF é possível perceber pequenas inconsistências internas, que muito provavelmente estão relacionadas com arredondamentos (ou truncamentos) nos cálculos. Na maioria das 10 parcelas, o valor do perímetro indicado no memorial era diferente da soma dos valores dos lados, indicados nos respectivos memoriais. Em quatro parcelas a diferença foi de 1cm; em duas parcelas a diferença foi de 2cm; e em uma parcela a diferença foi de 3cm. Em apenas três parcelas não ocorreram essas diferenças. Isso indica que as pequenas diferenças encontradas entre os valores dos perímetros, obtidos com a SGLPLAN e com a planilha do SIGEF, devem ser ainda menores.

VERIFICAÇÃO DE RESULTADOS DE ÁREA NO SGL, OBTIDOS COM A SGLPLAN

Em termos de valores absolutos a maior diferença entre áreas, no sistema geodésico local (SGLPLAN x SIGEF) foi de 2,4 m² (erro percentual de 0,0014% e erro relativo de 1:72542) ocorrido na parcela PE-04 vértices. Mas o maior erro percentual foi de 0,0016% (erro absoluto = 0,42 m² e erro relativo de 1:63426) que ocorreu na parcela DF-05 vértices.

A diferença absoluta média foi de 0,62 m² e o erro percentual médio foi de 0,0006%, que corresponde a um o erro relativo de 1:183384. Essas pequenas diferenças devem estar relacionadas com aproximações nos cálculos.

Realizou-se uma análise de regressão linear simples com os 10 valores de área no sistema geodésico local (Área SGLPLAN x Área SIGEF) e chegou-se a seguinte equação: **$A_{SIGEF} = A_{SGLPLAN} - 0,00005$** (hectare), com coeficiente de determinação **$R^2 = 1$** .

Esses resultados confirmam uma ótima compatibilidade entre as planilhas SGLPLAN e do SIGEF, também para resultados de área, no sistema geodésico local.

COMPARAÇÕES UTM X SIGEF, PARA RESULTADOS DE PERÍMETRO E DE ÁREA

Com relação aos resultados de perímetro (UTM x SIGEF) a maior diferença em termos absolutos foi de 1,249 m (erro percentual de 0,216 % e erro relativo de 1:4636) ocorrido na parcela PB-33 vértices. Mas o maior erro percentual foi de 0,0574 % (erro absoluto = 0,386 m e erro relativo de 1:1742) que ocorreu na parcela DF-05 vértices. A diferença absoluta média foi de 0,688 m; e o erro percentual médio foi de 0,0377%, que corresponde a um o erro relativo de 1:2652. Esses resultados indicam medições de distâncias de precisão média, se for usada a classificação sugerida por McCormac (2010). Por isso foi realizado um teste estatístico (teste T pareado, com nível de significância = 5%) de comparações das médias dos perímetros SIGEF x UTM, no entanto o teste indicou que não há diferença significativa entre as médias.

Com relação aos resultados de área (UTM x SIGEF) a maior diferença em termos absolutos foi de 521 m² (erro percentual de 0,0190% e erro relativo de 1:5262) ocorrido

na parcela MG-35 vértices. Mas o maior erro percentual foi de 0,1140 % (erro absoluto = 30 m² e erro relativo de 1:878) que ocorreu na parcela DF-05 vértices.

A diferença absoluta média foi de 177 m² e o erro percentual médio foi de 0,0752%, que corresponde a um o erro relativo de 1:1330. As diferenças percentuais são pequenas, mas as diferenças em valores absolutos chamam a atenção. Por isso foi realizado um teste estatístico (teste T pareado, com nível de significância = 5%) de comparações das médias das áreas SIGEF x UTM, no entanto o teste indicou que não há diferença significativa entre elas.

Conclusões

A Planilha, denominada SGLPLAN, foi desenvolvida com base no programa Microsoft Excel, mas de forma a manter compatibilidade completa com o programa CALC, parte integrante da suíte de aplicativos “Libre Office”, que tem código aberto e distribuição gratuita.

Os dados principais de entrada são as coordenadas elipsoidais angulares dos vértices de uma poligonal fechada (com até 100 vértices). A origem é predefinida (ponto médio da poligonal de entrada) e calculada automaticamente.

A planilha desenvolvida transforma coordenadas elipsoidais em coordenadas no sistema geodésico local (SGL) e também no sistema UTM. Além disso, a planilha gera quatro poligonais de estudo e suas respectivas características, que são: Poligonal SGL (lados, azimutes planos dos lados, perímetro e área); Poligonal INCRA (lados e perímetro); Poligonal UTM (lados, azimutes planos dos lados, perímetro e área); Poligonal UTM corrigida (lados, azimutes geodésicos dos lados e perímetro). Nessa última, os azimutes planos UTM são transformados em geodésicos, por meio da convergência meridiana (C) e as distâncias planas em geodésicas, através do fator de escala (K).

A validação da SGLPLAN foi realizada por meio de comparações com resultados apresentados na literatura, com resultados apresentados no banco de dados do SIGEF, ou com resultados obtidos por meio do “site” “Cálculos Geodésicos - Aplicações on-line”. Em todos os casos os resultados foram, praticamente, idênticos.

Para a validação de resultados foram realizados diversos estudos comparativos, que também serviram para mostrar a possibilidade de uso da planilha como ferramenta facilitadora no processo de ensino e aprendizagem da topografia.

Para a poligonal de estudo SGL, a planilha determina, diretamente, os azimutes planos de seus lados, mas também pode determinar azimutes geodésicos de maneira indireta, por meio de um artifício, que implica em usar a planilha mais de uma vez, dependendo do número de lados da poligonal. Para a poligonal de quatro lados estudada, a planilha foi usada 5 vezes. Essa é uma deficiência da SGLPLAN, quando comparada com a planilha do SIGEF que determina os azimutes geodésicos (solução do problema geodésico inverso) de uma só vez. Por outro lado, do ponto de vista didático, essa característica também pode ser entendida como vantagem da SGLPLAN, pois possibilita o uso de metodologia, mais trabalhosa, porém mais simples, em que usa apenas uma fórmula, em lugar do extenso formulário usado na solução do problema geodésico inverso.

Observou-se equivalência estatística para valores de perímetro e de área, calculados no sistema geodésico local (SIGEF) e no sistema UTM (SGLPLAN). Apesar disso, os resultados não garantem uma equivalência de precisão topográfica, como foi observado nos resultados de perímetro, cujo erro relativo médio de 1:2652 poderia indicar medições de distâncias de precisão média (apenas) para os perímetros calculados no sistema UTM, se os respectivos valores de perímetro, calculados no SGL, forem considerados como os valores reais.

Referências Bibliográficas

ANDRADE, R.J.O. *Determinação do desvio da vertical empregando observáveis da topografia clássica e do posicionamento por satélites*. 2008. 109f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia; Saneamento ambiental) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 13133: *Execução de levantamento topográfico*. Rio de Janeiro, 1994. 35p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14166: *Rede de Referência Cadastral Municipal - Procedimento*. Rio de Janeiro, 1998. 23p.

BRYN, L.M. *Cálculos Geodésicos - Aplicações On-Line*. Instituto de Geociências, UFRGS, 2005. Disponível em: <<https://www.ufrgs.br/lageo/calculos/inicial.html>>. Acesso em: 22/02/2021.

CORRÊA, I.C.S. *Topografia aplicada à Engenharia Civil*. 13ª Ed. Departamento de Geodésia – IG/UFRGS. 2012.

DAL'FORNO, G.L.; AGUIRRE, A.J.; HILLEBRAND, F.L.; GREGÓRIO, F.V. Transformação de Coordenadas Geodésicas em Coordenadas no Plano Topográfico Local pelos Métodos da Norma NBR 14166:1998 e o de Rotações e Translações. III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Recife - PE, 27-30 de julho de 2010. 7p.

DAN SCIENTIA. *Conversão entre coordenadas geográficas e UTM*, 2013. Disponível em: <<http://dan-scientia.blogspot.com/2013/05/conversao-entre-coordenadas-geograficas.html>>. Acesso em: 22/02/2021.

INSTITUTO NACIONAL DE COLONIZAÇÃO E REFORMA AGRÁRIA. *Manual Técnico de Posicionamento: Georreferenciamento de Imóveis Rurais*. 2013a. 34 p.

_____. Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais. 3ed. 2013b. 4p.

McCORMAC, J. *Topografia*. 5ª ed. LTC. Rio de Janeiro, 2010. 391p.

ORDENANCE SURVEY INFORMATION. *The ellipsoid and the Transverse Mercator Projection*. Geodetic information paper N1. (version 2.2). 02/1998. Disponível em: <http://fgg-web.fgg.unilj.si/~mkuhar/Zalozba/TM_projection.pdf>. Acesso em: 28/12/2020.

_____. *Transverse Mercator Projection*. Constants, Formulae and Methods. March, 1983. Disponível em: <http://www.threelittlemaids.co.uk/magdec/transverse_mercator_projection.pdf>. Acesso em: 28/12/2020.

PRINA, B.Z.; TRENTIN, R. Cálculo de área no Sistema Geodésico Local: Georreferenciamento de Imóveis Rurais/Brasil. *Revista Continentes (UFRRJ)*, v. 6, n.11, p. 127-143. 2017.

SIGEF. *Sistema de Gestão Fundiária*. 2021. Disponível em: <<https://sigef.incra.gov.br/>>. Acesso em: 22/02/2021.

SIMÕES, D.P.; ALBARICI, F.L.; BORGES, P.A.F. Análise comparativa das coordenadas no Sistema Geodésico Local e no Sistema Topográfico Local. *Revista Brasileira de Geomática*. Curitiba, v. 5, n. 1, p. 62-81. 2017.

SAMPAIO, T.V.M; BRANDALIZE, M.C.B. *Cartografia geral, digital e temática*. Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 2018. 210p.

STRANG, G; BORRE, K. *Linear Algebra, Geodesy and GPS*. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press, 1997. 640 p.

TULER, M.; SARAIVA, S. *Fundamentos de topografia*. Porto Alegre: Bookman, 2014. 308p.

VERMEER, M. *Geodesy: The science underneath*. Department of Built Environment - Aalto University publication series. ISSN:1799-490X (electronic) Helsinki, 2019. 605p.

WINTERLE, P. *Vetores e geometria analítica*. 2ª ed. Pearson Education do Brazil, 2014. 258p.

Data de Submissão: 12/07/2021

Data da Avaliação: 22/02/2022